Prof. Dr. Alfred Toth

Quantitative und qualitative Gleichungen

1. Die klassische, d.h. rein quantitative Mathematik setzt stillschweigend zwei Axiome voraus:

1. Axiom: Nur Quantitäten können gezählt werden.

2. Axiom: Nur gleiche Qualitäten können gezählt werden.

Man wird diese Axiome selbst in solchen Einführungbüchern in die Arithmetik vergeblich suchen, die wahrhaft um die Bemühung der Definition dessen bemüht sind, was eine Zahl eigentlich sei. Vor allem aber widersprechen sich die beiden Axiome, denn zwar ist es möglich, eine qualitative und daher quantitativ unlösbare Gleichung der Form

1 Apfel + 1 Birne = ?

in eine quantitative und nicht-qualitative und daher lösbare Gleichung der Form

$1 + 1 = 2$

zu transformieren, aber da diese Gleichung auch die qualitativen Gleichungen

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel

1 Birne + 1 Birne = 2 Birnen

erfüllt, entsteht eine arithmetisches Quantitäts-Qualitäts-Paradox, das genau-so unbekannt ist wie es die beiden Axiome 1 und 2 sind.

2. Im Anschluß an Toth (2015a) gibt es somit zwei Interpretationen für jedes Paar von Gleichungen mit sowohl qualitativ differenten als auch qualitativ nicht-differenten, durch Zahlen gezählten Objekten.

1. Interpretation der durch die Zahlen gezählten Objekte

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel (Gleichung quantitativ lösbar)

1 Birne + 1 Birne = 2 Birnen (Gleichung quantitativ lösbar)

2. Interpretation der durch die Zahlen gezählten Objekte

1 Apfel + 1 Birne = 2 ? (Gleichung quantitativ unlösbar)

1 Birne + 1 Apfel = 2 ? (Gleichung quantitativ unlösbar)

Da weder 2 Äpfel noch 1 Apfel und 1 Birne sich am selben ontischen Ort ω befinden können, bekommen wir genau vier Möglichkeiten ortsfunktionaler Peanozahlen der Form $P = f(\omega)$

$1 := \text{Apfel} = f(\omega_i)$ $\qquad$ $1 := \text{Birne} = f(\omega_i)$

$1 := \text{Apfel} = f(\omega_j)$ $\qquad$ $1 := \text{Birne} = f(\omega_j)$.

Dies bedingtt die Revision beider obiger Interpretationen. Wir erhalten

1. Re-Interpretation

1 Apfel(ω_i) + 1 Apfel(ω_j) = 2 Äpfel (Gleichung qualitativ mehrdeutig)

1 Birne(ω_i) + 1 Birne(ω_j) = 2 Birnen (Gleichung qualitativ mehrdeutig)

2. Re-Interpretation

1 Apfel(ω_i) + 1 Birne(ω_j) = 2 ? (Gleichung quantitativ unlösbar und qualitativ mehrdeutig)

1 Birne(ω_i) + 1 Apfel(ω_j) = 2 ? (Gleichung quantitativ unlösbar und qualitativ mehrdeutig)

2. Abzähl-Abbildungen

Vgl. hierzu Toth (2015b). Sei P = (0, 1, 2, 3), dann ist die Menge der Permutationen mit der Kardinalität 4! = 24

$\underline{P}(P) = ((0, 1, 2, 3), (0, 1, 3, 2), ..., (3, 2, 1, 0))$.

2.1. Linear vorgeordnete qualitative Mengen

Da die folgende Menge linear vorgeordnet ist, können wir z.B. wie folgt abzählen

(0, 1, 2, 3)   (0, 1, 3, 2)   (0, 2, 1, 3)   (0, 2, 3, 1)

↓   ↓   ↓   ↓

2.2. Nicht-linear vorgeordnete qualitative Mengen

Bei nicht-linear vorgeordneten Mengen wie der folgenden ist die Abzählung stärker arbiträr, also z.B.

(0, 2, 1, 3)   (0, 1, 3, 2)   (0, 2, 3, 1)   (0, 1, 2, 3)

↓   ↓   ↓   ↓

2.3. Nicht-vorgeordnete qualitativeMengen

Bei nicht-vorgeordneten Mengen wie den folgenden ist die Abzählung völlig arbiträr, d.h. man benötigt zuerst eine Zählung, bildet dann von der Kardinalzahl der entsprechenden Menge die Menge der Permutationen und ordnet diese dann willkürlich irgendwelchen Äpfeln aus den Kisten zu.

Literatur

Toth, Alfred, Eins plus eins gleich zwei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grundzüge einer Theorie der Anzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

25.10.2015